

Документ подписан простой электронной подписью.
Информация о владельце:

ФИО: Кандрашина Елена Александровна

Должность: И.о. ректора ФГАОУ ВО «Самарский государственный экономический университет»

Дата подписания: 14.06.2022 10:34:47

Уникальный программный ключ:

2db64eb9605ce27edd3b8e8fdd32c70e0674ddd2

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Самарский государственный экономический университет»

Институт Институт национальной и мировой экономики

Кафедра Статистики и эконометрики

УТВЕРЖДЕНО

Ученым советом Университета

(протокол № 9 от 31 мая 2022 г.)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Наименование дисциплины Б1.В.ДЭ.04.02 Линейная алгебра

Основная профессиональная образовательная программа 38.03.01 Экономика программа Бизнес-аналитика

Квалификация (степень) выпускника бакалавр

Самара 2022

Содержание (рабочая программа)

Стр.

- 1 Место дисциплины в структуре ОП
- 2 Планируемые результаты обучения по дисциплине, обеспечивающие достижение планируемых результатов обучения по программе
- 3 Объем и виды учебной работы
- 4 Содержание дисциплины
- 5 Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины
- 6 Фонд оценочных средств по дисциплине

Целью изучения дисциплины является формирование результатов обучения, обеспечивающих достижение планируемых результатов освоения образовательной программы.

1. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина Линейная алгебра входит в часть, формируемая участниками образовательных отношений (дисциплина по выбору) блока Б1. Дисциплины (модули)

Предшествующие дисциплины по связям компетенций: Консультационный проект, Бизнес-демография

Последующие дисциплины по связям компетенций: Программные средства бизнес-аналитики, Экономический анализ в статистических исследованиях, Моделирование бизнес-процессов, Методы оптимизации бизнес-процессов, Основы бизнес-разведки, Основы бизнес-статистики

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, обеспечивающие достижение планируемых результатов обучения по программе

Изучение дисциплины Линейная алгебра в образовательной программе направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

Профессиональные компетенции (ПК):

ПК-3 - Способен оценивать бизнес-возможность реализации решения с точки зрения выбранных целевых показателей с применением информационных технологий

Планируемые результаты обучения по программе	Планируемые результаты обучения по дисциплине		
ПК-3	ПК-3.1: Знать:	ПК-3.2: Уметь:	ПК-3.3: Владеть (иметь навыки):
	методологию анализа социально-экономических процессов и явлений; современные программные средства сбора, анализа и хранения информации; последовательность принятия решений	осуществлять выбор инструментальных средств для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализировать результаты расчетов с помощью специализированных компьютерных технологий; обосновывать выбор того или иного варианта управленческого решения на основе всесторонней критической оценки	современными программными средствами и другими информационными технологиями для решения аналитических задач, навыками формулировки и обоснования предложений по принятию и совершенствованию управленческих решений

ПК-4 - Способен определять связи и зависимости между элементами информации бизнес-анализа, проводить оценку эффективности решения с точки зрения выбранных критериев с учетом минимизации рисков

Планируемые результаты обучения по программе	Планируемые результаты обучения по дисциплине		
ПК-4	ПК-4.1: Знать:	ПК-4.2: Уметь:	ПК-4.3: Владеть (иметь навыки):
	основы организации бизнес-анализа; методы сбора, анализа,	определять связи и зависимости между элементами информации	навыками сбора, обработки и анализа данных, необходимых для решения

систематизации, хранения и поддержания в актуальном состоянии информации бизнес-анализа; источники и методы сбора, обработки и анализа данных с использованием интеллектуальных информационно-аналитических систем	бизнес- анализа; оценивать бизнес-возможность реализации решения с точки зрения выбранных целевых показателей; применять современные информационные технологии	поставленных управленческих задач, с использованием современного инструментария и интеллектуальных информационно-аналитических систем
--	--	---

3. Объем и виды учебной работы

Учебным планом предусматриваются следующие виды учебной работы по дисциплине:

Очная форма обучения

Виды учебной работы	Всего час/ з.е.
	Сем 6
Контактная работа, в том числе:	36.15/1
Занятия лекционного типа	18/0.5
Лабораторные работы (лабораторный практикум)	18/0.5
Индивидуальная контактная работа (ИКР)	0.15/0
Самостоятельная работа:	53.85/1.5
Промежуточная аттестация	18/0.5
Вид промежуточной аттестации:	
Зачет	Зач
Общая трудоемкость (объем части образовательной программы): Часы	108
Зачетные единицы	3

4. Содержание дисциплины

4.1. Разделы, темы дисциплины и виды занятий:

Тематический план дисциплины Линейная алгебра представлен в таблице.

Разделы, темы дисциплины и виды занятий

Очная форма обучения

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Контактная работа				Самостоятельная работа	Планируемые результаты обучения в соотношении с результатами обучения по образовательной программе
		Лекции	Занятия семинарского типа		ИКР		
			Лаборат. работы	ГКР			
1.	Матрицы и определители	8	8			27	ПК-3.1, ПК-3.2, ПК-3.3, ПК-4.1, ПК-4.2, ПК-4.3
2.	Системы линейных алгебраических уравнений	10	10			26,85	ПК-3.1, ПК-3.2, ПК-3.3, ПК-4.1, ПК-4.2, ПК-4.3
	Контроль	18					
	Итого	18	18	0.15		53.85	

4.2 Содержание разделов и тем

4.2.1 Контактная работа

Тематика занятий лекционного типа

№п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Вид занятия лекционного типа*	Тематика занятия лекционного типа
1.	Матрицы и определители	лекция	Основы линейной алгебры. Векторное пространство. Векторы и их свойства. Операции над векторами. Скалярное произведение векторов. Линейная зависимость векторов, базис и ранг системы векторов. Разложение вектора по базису.
		лекция	Матрицы. Линейные операции над матрицами. Транспонирование и произведение матриц. Собственные значения и собственные векторы матриц. Ранг матрицы. Понятие обратной матрицы.
		лекция	Определители. Операции над определителями. Основные свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Ранг матрицы и системы векторов.
		лекция	Решение задач линейной алгебры в MS Excel.
2.	Системы линейных алгебраических уравнений	лекция	Системы алгебраических линейных уравнений. Общий вид и свойства системы уравнений. Матричная форма системы уравнений.
		лекция	Решения задач линейной алгебры и ее приложения. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод обратной матрицы. Метод Крамера. Метод Гаусса.
		лекция	Однородные системы линейных алгебраических уравнений. Решение системы однородных уравнений. Фундаментальная система решений. Характеристическое уравнение.
		лекция	Применение элементов линейной алгебры в экономике. Модель Леонтьева.
		лекция	Пакеты прикладных программ для решения задач линейной алгебры: Maxima, Maple V.

*лекции и иные учебные занятия, предусматривающие преимущественную передачу учебной информации педагогическими работниками организации и (или) лицами, привлекаемыми организацией к реализации образовательных программ на иных условиях, обучающимся

Тематика занятий семинарского типа

№п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Вид занятия семинарского типа**	Тематика занятия семинарского типа
1.	Матрицы и	лабораторные работы	Векторное пространство. Векторы

	определители		и их свойства. Операции над векторами. Скалярное произведение векторов. Линейная зависимость векторов, базис и ранг системы векторов. Разложение вектора по базису.
		лабораторные работы	Матрицы. Линейные операции над матрицами. Транспонирование и произведение матриц. Собственные значения и собственные векторы матриц. Ранг матрицы. Определение обратной матрицы.
		лабораторные работы	Определители. Операции над определителями. Миноры и алгебраические дополнения. Ранг матрицы и системы векторов.
		лабораторные работы	Решение задач линейной алгебры в MS Excel.
2.	Системы линейных алгебраических уравнений	лабораторные работы	Системы алгебраических линейных уравнений. Общий вид и свойства системы уравнений. Матричная форма системы уравнений.
		лабораторные работы	Методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод обратной матрицы. Метод Крамера. Метод Гаусса.
		лабораторные работы	Однородные системы линейных алгебраических уравнений. Решение системы однородных уравнений. Фундаментальная система решений. Характеристическое уравнение.
		лабораторные работы	Применение элементов линейной алгебры в экономике. Модель Леонтьева.
		лабораторные работы	Пакеты прикладных программ для решения задач линейной алгебры: Maxima, Maple V.

** семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия

Иная контактная работа

При проведении учебных занятий СГЭУ обеспечивает развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств (включая при необходимости проведение интерактивных лекций, групповых дискуссий, ролевых игр, тренингов, анализ ситуаций и имитационных моделей, преподавание дисциплин (модулей) в форме курсов, составленных на основе результатов научных исследований, проводимых организацией, в том числе с учетом региональных особенностей профессиональной деятельности выпускников и потребностей работодателей).

Формы и методы проведения иной контактной работы приведены в Методических указаниях по основной профессиональной образовательной программе.

4.2.2 Самостоятельная работа

№п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Вид самостоятельной работы ***
1.	Матрицы и определители	- подготовка доклада - подготовка электронной презентации - выполнение домашних заданий
2.	Системы линейных алгебраических уравнений	- подготовка доклада - подготовка электронной презентации - выполнение домашних заданий

*** самостоятельная работа в семестре, написание курсовых работ, докладов, выполнение контрольных работ

5. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Литература:

Основная литература

1. Макаров, С.И. Высшая математика: математический анализ и линейная алгебра : учебное пособие / Макаров С.И. — Москва : КноРус, 2021. — 320 с. — ISBN 978-5-406-07864-8. — URL: <https://book.ru/book/938335>
2. Кремер, Н. Ш. Линейная алгебра : учебник и практикум для вузов / под редакцией Н. Ш. Кремера. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 422 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08547-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/450038>

Дополнительная литература

1. Макаров, С.И. Математика для экономистов (математический анализ и линейная алгебра). Задачник : учебное пособие / Макаров С.И., Мищенко М.В. — Москва : КноРус, 2018. — 358 с. — (для бакалавров). — ISBN 978-5-406-06423-8. — URL: <https://book.ru/book/930056>

Литература для самостоятельного изучения

1. Татарников, О. В. Линейная алгебра: учебник и практикум для прикладного бакалавриата / О. В. Татарников, А. С. Чуйко, В. Г. Шершнева; под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 334 с. — (Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-9916-3568-4. — URL : <https://urait.ru/bcode/482664>
2. Татарников, О. В. Линейная алгебра и линейное программирование. Практикум : учебное пособие для вузов / Л. Г. Бирюкова, Р. В. Сагитов; под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 53 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-9800-9. — URL : <https://urait.ru/bcode/471976>
3. Математика для экономистов. Практикум : учебное пособие для вузов / О. В. Татарников [и др.]; под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 285 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-8868-0. — URL : <https://urait.ru/bcode/469184>
4. Математика для экономистов : учебник для вузов / О. В. Татарников [и др.]; под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 593 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-14844-2. — URL : <https://urait.ru/bcode/482665>
5. Линейная алгебра: Учебное пособие / Б.М. Рудык. - М.: НИЦ Инфра-М, 2013. - 318 с. - Режим доступа: www.znaniium.com
6. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты: Учебное пособие / Г.С. Шевцов. - 2-е изд., испр. и доп. - М.: Магистр: ИНФРА-М, 2010. - 528 с. - Режим доступа: www.znaniium.com
7. Ильин, В. А. Линейная алгебра [Электронный ресурс] : Учеб. для вузов / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк; под ред. В. А. Ильина. - 6-е изд., стер. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 280 с. - Режим доступа: www.znaniium.com
8. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом

- образовании: Учеб. — 2-е изд., испр. — М.: Дело, 2001 — 688 с.
9. Математика: Учебник / А.А. Дадаян. - 3-е изд. - М.: Форум: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 544 с. - Режим доступа: www.znaniium.com
 10. Математика: Учебное пособие / Н.А. Березина, Е.Л. Максина. - М.: ИЦ РИОР: НИЦ Инфра-М, 2013. - 175 с. – Режим доступа: www.znaniium.com
 11. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Математика для экономистов: учебник. – СПб: Питер, 2006
 12. Ермаков В.И. и др. Сборник задач по высшей математике для экономистов. - М.: ИНФРА-М, 2006.
 13. Кремер, Н.Ш. Математика для экономистов: от Арифметики до Эконометрики [Текст] : учеб.-справоч. пособие / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин ; под ред. Н.Ш. Кремера. - М. : Высшее образование, 2009. - 646 с. - (Основы наук).
 14. Высшая математика для экономических специальностей: учебник и практикум. Ч.1 и 2 / Н. Ш. Кремер [и др.] ; Под ред. Н.Ш. Кремера. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Высшее образование, 2006. - 893с. - (Основы наук).
 15. Шапкин А.С. Задачи по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию с решениями : учеб. пособие / А. С. Шапкин. - 3-е изд. - М. : Издательско-торговая корпорация "Дашков и К", 2006. - 432с.

5.2. Перечень лицензионного программного обеспечения

1. Microsoft Windows 10 Education / Microsoft Windows 7 / Windows Vista Business
2. Office 365 ProPlus, Microsoft Office 2019, Microsoft Office 2016 Professional Plus (Word, Excel, Access, PowerPoint, Outlook, OneNote, Publisher) / Microsoft Office 2007 (Word, Excel, Access, PowerPoint)

5.3 Современные профессиональные базы данных, к которым обеспечивается доступ обучающихся

1. Профессиональная база данных «Информационные системы Министерства экономического развития Российской Федерации в сети Интернет» (Портал «Официальная Россия» - <http://www.gov.ru/>)
2. Профессиональная база данных «Финансово-экономические показатели Российской Федерации» (Официальный сайт Министерства финансов РФ - <https://www.minfin.ru/ru/>)
3. Профессиональная база данных «Официальная статистика» (Официальный сайт Федеральной службы государственной статистики - <http://www.gks.ru/>)

5.4. Информационно-справочные системы, к которым обеспечивается доступ обучающихся

1. справочно-правовая система «Консультант Плюс»
2. справочно-правовая система «ГАРАНТ-Максимум»

5.5. Специальные помещения

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа	Комплекты ученической мебели Мультимедийный проектор Доска Экран
Учебные аудитории для проведения практических занятий (занятий семинарского типа)	Комплекты ученической мебели Мультимедийный проектор Доска Экран Компьютеры с выходом в сеть «Интернет» и ЭИОС

	СГЭУ
Учебные аудитории для групповых и индивидуальных консультаций	Комплекты ученической мебели Мультимедийный проектор Доска Экран Компьютеры с выходом в сеть «Интернет» и ЭИОС СГЭУ
Учебные аудитории для текущего контроля и промежуточной аттестации	Комплекты ученической мебели Мультимедийный проектор Доска Экран Компьютеры с выходом в сеть «Интернет» и ЭИОС СГЭУ
Помещения для самостоятельной работы	Комплекты ученической мебели Мультимедийный проектор Доска Экран Компьютеры с выходом в сеть «Интернет» и ЭИОС СГЭУ
Помещения для хранения и профилактического обслуживания оборудования	Комплекты специализированной мебели для хранения оборудования

Для проведения занятий лекционного типа используются демонстрационное оборудование и учебно-наглядные пособия в виде презентационных материалов, обеспечивающих тематические иллюстрации.

5.6 Лаборатории и лабораторное оборудование

Лаборатория информационных технологий в профессиональной деятельности	Комплекты ученической мебели Мультимедийный проектор Доска Экран Компьютеры с выходом в сеть «Интернет» и ЭИОС СГЭУ Лабораторное оборудование
---	--

6. Фонд оценочных средств по дисциплине Линейная алгебра:

6.1. Контрольные мероприятия по дисциплине

Вид контроля	Форма контроля	Отметить нужное знаком « + »
Текущий контроль	Оценка докладов	+
	Письменный опрос	+
	Практические задачи	+
Промежуточный контроль	Зачет	+

Порядок проведения мероприятий текущего и промежуточного контроля определяется Методическими указаниями по основной профессиональной образовательной программе высшего образования, утвержденными Ученым советом ФГАОУ ВО СГЭУ, протокол № 9 от 31.05.2022г.; Положением о балльно-рейтинговой системе оценки успеваемости обучающихся по основным образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Самарский государственный экономический университет».

6.2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, обеспечивающие достижение планируемых результатов обучения по программе

Профессиональные компетенции (ПК):

ПК-3 - Способен оценивать бизнес-возможность реализации решения с точки зрения выбранных целевых показателей с применением информационных технологий

Планируемые результаты обучения по программе	Планируемые результаты обучения по дисциплине		
	ПК-3.1: Знать:	ПК-3.2: Уметь:	ПК-3.3: Владеть (иметь навыки):
	методологию анализа социально-экономических процессов и явлений; современные программные средства сбора, анализа и хранения информации; последовательность принятия решений	осуществлять выбор инструментальных средств для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализировать результаты расчетов с помощью специализированных компьютерных технологий; обосновывать выбор того или иного варианта управленческого решения на основе всесторонней критической оценки	современными программными средствами и другими информационными технологиями для решения аналитических задач, навыками формулировки и обоснования предложений по принятию и совершенствованию управленческих решений
Пороговый	системы линейных уравнений и неравенств; линейные матрицы; линейные задачи оптимизации; методологию математического анализа экономических процессов; способы решения аналитических и исследовательских задач с помощью современных программных средств;	применять системы линейных уравнений и неравенств; линейные матрицы; линейные задачи оптимизации; в соответствии с поставленной задачей выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных, проанализировать результаты расчетов с помощью информационных технологий; обосновать полученные результаты;	современными информационными технологиями и программными средствами; методами решения аналитических и исследовательских задач с применением современных программных средств;
Стандартный (в дополнение к пороговому)	математические методы обработки и анализа данных; общие и специализированные пакеты прикладных статистических программ для обработки статистической информации, построения и анализа эконометрических моделей;	применять математические методы обработки и анализа данных; общие и специализированные пакеты прикладных статистических программ для обработки статистической информации, построения и анализа эконометрических моделей;	пакетами прикладных статистических программ для обработки статистической информации; навыками построения и анализа эконометрических моделей;
Повышенные	современные методы	на основе описания	методами проведения

й (в дополнение к пороговому, стандартному)	проведения экономического анализа и построения эконометрических моделей; методы количественного анализа и моделирования; методы принятия решений, статистические методы проверки гипотез.	экономических процессов и явлений построить эконометрическую модель, содержательно интерпретировать полученные результаты; предложить обоснованный вариант управленческого решения на основе всесторонней критической оценки.	экономического анализа и построения эконометрических моделей; методами количественного анализа и моделирования; навыками формулировки и обоснования предложений по принятию и совершенствованию управленческих решений.
---	---	---	---

ПК-4 - Способен определять связи и зависимости между элементами информации бизнес- анализа, проводить оценку эффективности решения с точки зрения выбранных критериев с учетом минимизации рисков

Планируемые результаты обучения по программе	Планируемые результаты обучения по дисциплине		
	ПК-4.1: Знать:	ПК-4.2: Уметь:	ПК-4.3: Владеть (иметь навыки):
	основы организации бизнес-анализа; методы сбора, анализа, систематизации, хранения и поддержания в актуальном состоянии информации бизнес-анализа; источники и методы сбора, обработки и анализа данных с использованием интеллектуальных информационно-аналитических систем	определять связи и зависимости между элементами информации бизнес- анализа; оценивать бизнес-возможность реализации решения с точки зрения выбранных целевых показателей; применять современные информационные технологии	навыками сбора, обработки и анализа данных, необходимых для решения поставленных управленческих задач, с использованием современного инструментария и интеллектуальных информационно-аналитических систем
Пороговый	методологию математического анализа экономических процессов; системы линейных уравнений и неравенств; линейные матрицы; линейные задачи оптимизации; методы сбора, анализа, систематизации, хранения статистической информации;	применять методы математического анализа экономических процессов; использовать системы линейных уравнений и неравенств; линейные матрицы; линейные задачи оптимизации; выбрать инструментальные средства для обработки статистических данных;	методами математического анализа экономических процессов; методами решения аналитических и исследовательских задач с применением современного инструментария и информационно-аналитических систем;
Стандартный (в дополнение к пороговому)	математические методы обработки и анализа данных с использованием интеллектуальных информационно-аналитических систем; математические методы выявления связи и зависимости между	применять математические методы обработки и анализа данных с использованием интеллектуальных информационно-аналитических систем; математические методы выявления связи и	математическими методами обработки и анализа данных с использованием интеллектуальных информационно-аналитических систем; математическими методами выявления связи и зависимости между

	показателями;	зависимости между показателями;	показателями;
Повышенны й (в дополнение к пороговому, стандартному)	методы количественного и качественного анализа информации, выявления тенденций изменения социально-экономических показателей, приёмы принятия эффективных решений с учетом минимизации рисков, математические методы проверки эффективности решений.	применять методы количественного и качественного анализа информации, выявлять тенденции изменения социально-экономических показателей, принимать эффективные решения с учетом минимизации рисков, математические методы проверки эффективности решений.	методами количественного и качественного анализа информации; навыками выявления тенденций изменения социально-экономических показателей; навыками принятия эффективных решений с учетом минимизации рисков; математическими методами проверки эффективности решений.

6.3. Паспорт оценочных материалов

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Контролируемые планируемые результаты обучения в соотношении с результатами обучения по программе	Вид контроля/используемые оценочные средства	
			Текущий	Промежуточный
1.	Матрицы и определители	ПК-3.1, ПК-3.2, ПК- 3.3, ПК-4.1, ПК-4.2, ПК-4.3	Оценка докладов Письменный опрос Практические задачи	Зачёт
2.	Системы линейных алгебраических уравнений	ПК-3.1, ПК-3.2, ПК- 3.3, ПК-4.1, ПК-4.2, ПК-4.3	Оценка докладов Письменный опрос Практические задачи	Зачёт

6.4.Оценочные материалы для текущего контроля

Оценочные материалы для текущего контроля размещены в ЭИОС СГЭУ в разделе каталога [Электронно-оценочные материалы / Бакалавриат / Экономика / Бизнес-аналитика / 2022 / очная](https://lms2.sseu.ru/course/index.php?categoryid=1796) <https://lms2.sseu.ru/course/index.php?categoryid=1796>

Примерная тематика докладов

Раздел дисциплины	Темы
Матрицы и определители	<ol style="list-style-type: none"> «Начала» Евклида: теория величины и теория целых чисел. Матрицы и матричное исчисление: история вопроса, основная теория, приложения Понятие ранга матрицы и его приложения для определения линейной независимости векторов системы История понятия определитель матрицы и его использования для целей решения систем линейных уравнений
Системы линейных алгебраических уравнений	<ol style="list-style-type: none"> Подходы к решению систем линейных уравнений у вавилонян и древних китайцев. Современные методы решения систем линейных уравнений

	<ol style="list-style-type: none"> 3. Метод последовательного исключения неизвестных: история и современность 4. Решение систем линейных однородных алгебраических уравнений: история вопроса, теория и практика 5. Вклад Д. К. Фаддеева в развитие современных методов линейной алгебры 6. Вклад Д.Х. Уикинсона в развитие современных методов линейной алгебры 7. Вклад Г.И. Марчука в развитие современных методов линейной алгебры 8. Вклад А.А. Самарского в развитие современных методов линейной алгебры 9. Вклад С.К. Годунова в развитие современных методов линейной алгебры 10. Вычислительная линейная алгебра: numerical linear algebra 11. Пакеты прикладных программ для решения задач линейной алгебры
--	---

Вопросы для письменного опроса

Раздел дисциплины	Вопросы
Матрицы и определители	<ol style="list-style-type: none"> 1. Определения: матрицы, основной и расширенной матриц, квадратной, диагональной, единичной, нулевой и треугольной, строчной и столбцовой, транспонированной матриц. 2. Линейные и нелинейные операции над матрицами: сложение, умножение матрицы на число, умножение матриц, транспонирование матриц. Их свойства. 3. Понятие определителя. Вычисление определителя второго порядка, третьего порядка. 4. Основные свойства определителя. 5. Критерий равенства нулю определителя квадратной матрицы. 6. Теорема Лапласа о разложении определителя. 7. Определения: минора порядка k, минора элемента матрицы и алгебраического дополнения матрицы, ранга матрицы, элементарных преобразований матрицы.
Системы линейных алгебраических уравнений	<ol style="list-style-type: none"> 8. Понятие системы m линейных уравнений с n неизвестными. 9. Методы окаймляющих миноров и элементарных преобразований для нахождения ранга матрицы. 10. Теорема об инвариантности ранга матрицы относительно элементарных преобразований. 11. Теорема о базисном миноре. 12. Определения: линейного, однородного и неоднородного уравнения, решения СЛУ, совместной и несовместной СЛУ, определённой и неопределённой СЛУ. 13. Теорема Кронекера-Капелли. 14. Критерий единственности решения СЛУ. 15. Эквивалентные СЛУ. Элементарные преобразования СЛУ. Метод Гаусса. 16. Определения невырожденной и обратной матрицы. 17. Свойства обратной матрицы. 18. Критерий существования обратной матрицы. 19. Матричный метод решения системы. 20. Метод Крамера. 21. Определения системы однородных уравнений, тривиального решения и нетривиального решения, фундаментальной системы решений.

22. Условие существования нетривиальных решений.
 23. Свойства решений СЛОУ.
 24. Теорема существования ФСР.

Практические задачи

Раздел дисциплины	Задачи
Матрицы и определители	<p>1. Вычислить определители:</p> <p>a) $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix};$</p> <p>2. Вычислить определители:</p> <p>a) $\begin{vmatrix} 3 & -6 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -3 \end{vmatrix};$</p> <p>3. Вычислить определители:</p> <p>a) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{vmatrix}.$</p> <p>4. Не раскрывая определителя, доказать справедливость равенства:</p> $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -2 & 3 & 2 \\ 4 & 5 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 7 \\ -2 & 3 & -2 \\ 4 & 5 & 11 \end{vmatrix}$ <p>5. Найти матрицу $\lambda \times A + \mu \times B$, если:</p> <p>a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -7 \end{pmatrix}, \quad \lambda = 2, \quad \mu = -3,$</p> <p>6. Найти все возможные произведения двух матриц:</p> $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -10 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ <p>7. Умножить матрицы:</p> <p>a) $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 4 & 2 \end{pmatrix};$</p>

$$\text{б) } \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ -3 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 7 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} ; \quad \text{в) } \quad \text{в)}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 6 & -2 & 7 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix} ;$$

$$\text{г) } \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 10 & 1 & 13 \\ 6 & 1 & 5 \\ -3 & -1 & -4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -10 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} .$$

8. Найти матрицы АВ и ВА, если:

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} ;$$

9. Найти матрицу АВ – ВА, если:

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} ;$$

$$\text{б) } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} .$$

10. Вычислить:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}^2 ; \quad \text{б) } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}^2 ; \quad \text{в) } \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}^2 .$$

11. Вычислить $A \times A^T$, если:

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} ; \quad \text{б) } B = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 5 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} ; \quad \text{в) } \quad \text{в) } \quad A =$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & -1 \\ 4 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} .$$

12. Найти:

а) матрицу $AB + 2A^T$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$;

б) матрицу $A \times B^T - A \times E$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$;

в) матрицу $(BA + 3B)^T$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 0 \\ 7 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

13. Решить систему матричных уравнений:

а)
$$\begin{cases} X + Y = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \\ 2X + 3Y = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 5 & 5 \end{pmatrix} \end{cases}$$

14. Доказать, что если для двух матриц A и B верно равенство $AB=BA$, то:

а) $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$.

15. С помощью присоединенной матрицы найти обратную к матрице:

а) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 5 \end{pmatrix}$.

16. Найти ранг матрицы:

а) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$; в) $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & -1 & 4 \\ 0 & -5 & -4 \end{bmatrix}$;

г) $\begin{bmatrix} 6 & -4 & 4 & -8 \\ 2 & -6 & 0 & -4 \\ 1 & 4 & 2 & 0 \\ -5 & 1 & -4 & 6 \end{bmatrix}$.

17. Определить максимальное число линейно независимых строк матрицы:

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 & 5 & 1 \\ 4 & 3 & 1 & 7 & 5 \\ 0 & 3 & -5 & -3 & 3 \\ 2 & 3 & -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

18. Решить матричные уравнения:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

19. Выполнить, указанные операции с векторами, заданными своими координатами:

$$\text{a) } (1; 2; 1) + (-1; -1; -2)$$

$$\text{б) } \left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right) - \left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right) + 4\left(-\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}; 0; \frac{1}{3}\right).$$

20. Найти скалярное произведение векторов:

$$\text{a) } (1; 2; 3) \text{ и } (3; -1; 1); \quad \text{б) } \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right) \text{ и } \left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; 1\right);$$

$$\text{г) } \left(\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}; -\frac{2}{\sqrt{3}}\right) \text{ и } \left(\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}\right).$$

21. Выяснить, ортогональны ли векторы?

$$\text{a) } (1; 0; 1) \text{ и } (0; 2; 0);$$

$$\text{б) } \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; -\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}\right) \text{ и } \left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right).$$

22. Найти длину вектора:

$$\text{a) } (1; -1); \quad \text{б) } (1; 2; 2);$$

$$\text{в) } (1; 1; -1; 1; 1).$$

23. Найти косинус угла между векторами:

$$\text{a) } (1; 0) \text{ и } (2; 0);$$

$$\text{б) } \left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \text{ и } \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right).$$

24. Найти ранг системы векторов:

$$\text{a) } (2; 12; 2), (0; 4; 1), (-2; -8; -1)$$

	<p>б) $(2;-8;2;6), (0;3;-1;-2), (-2;5;-1;-4), (-1;10;-3;-7)$</p> <p>25. Определить, являются ли данные векторы линейно независимыми:</p> <p>а) $(2;4;6), (-1;-1;2), (2;6;7)$; б) $(7;-1;-5;4), (6;0;-4;4), (-13;1;9;-8), (-4;-2;-16;-8)$.</p> <p>26. Выяснить, являются ли векторы $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ линейно зависимыми:</p> <p>а) $\vec{a}_1=(2;-1;3), \vec{a}_2=(1;4;-1), \vec{a}_3=(0;-9;5)$.</p> <p>б) $\vec{a}_1=(1;0;-2), \vec{a}_2=(2;-1;0)$.</p> <p>27. Найти ранг и какой-либо базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через базис:</p> <p>а) $\vec{a}_1=(1;2;-5), \vec{a}_2=(0;2;-6), \vec{a}_3=(-2;-6;16)$;</p> <p>б) $\vec{a}_1=(5;-2;1;2), \vec{a}_2=(4;-1;2;2), \vec{a}_3=(-13;4;-5;-6), \vec{a}_4=(3;0;3;2)$.</p> <p>28. Показать, что векторы \vec{a}, \vec{b} и \vec{c} образуют базис и найти разложение вектора \vec{d} по базису $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$:</p> <p>а) $\vec{a}=(1;-2;3), \vec{b}=(2;3;4), \vec{c}=(1;-3;5), \vec{d}=(8;-5;10)$</p> <p>б) $\vec{a}=(3;1;3), \vec{b}=(1;-2;4), \vec{c}=(0;-1;-2), \vec{d}=(-9;5;13)$</p> <p>в) $\vec{a}=(1;2;4), \vec{b}=(2;-3;1), \vec{c}=(2;3;-1), \vec{d}=(2;3;8)$</p> <p>г) $\vec{a}=(2;0;0), \vec{b}=(0;1;0), \vec{c}=(0;0;5), \vec{d}=(2;-4;15)$</p>
Системы линейных алгебраических уравнений	<p>29. Решить систему линейных уравнений по правилу Крамера:</p> $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 5, \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 7. \end{cases}$ <p>30. Установить, что система имеет единственное решение, и найти его с помощью обратной матрицы.</p>

	$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4. \end{cases}$ <p>31. Методом Гаусса решить систему уравнений:</p> $\begin{cases} -x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 2, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 - x_5 = 3, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 - 3x_5 = 7, \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 - x_5 = -3, \\ 2x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 2x_4 + 3x_5 = -14. \end{cases}$ <p>32. Исследовать систему линейных уравнений на совместность и найти общее и частное решения:</p> $\begin{cases} x_1 - \sqrt{5}x_2 = 1, \\ \sqrt{5}x_1 - 5x_2 = \sqrt{5} \end{cases}$ <p>33. Найти общее решение однородной системы уравнений.</p> $\begin{cases} 10x_1 - 15x_2 + 5x_3 + x_4 = 0, \\ 6x_1 - 9x_2 + 3x_3 + 8x_4 = 0. \end{cases}$
--	--

6.5. Оценочные материалы для промежуточной аттестации

Фонд вопросов для проведения промежуточного контроля в форме зачета

Раздел дисциплины	Вопросы
Матрицы и определители	<ol style="list-style-type: none"> 1. Определения: матрицы, основной и расширенной матриц, квадратной, диагональной, единичной, нулевой и треугольной, строчной и столбцовой, транспонированной матриц. 2. Линейные и нелинейные операции над матрицами: сложение, умножение матрицы на число, умножение матриц, транспонирование матриц. Их свойства. 3. Понятие определителя. Вычисление определителя второго порядка, третьего порядка. 4. Основные свойства определителя. 5. Критерий равенства нулю определителя квадратной матрицы. 6. Теорема Лапласа о разложении определителя. 7. Определения: минора порядка k, минора элемента матрицы и

	алгебраического дополнения матрицы, ранга матрицы, элементарных преобразований матрицы.
Системы линейных алгебраических уравнений	8. Понятие системы m линейных уравнений с n неизвестными. 9. Методы окаймляющих миноров и элементарных преобразований для нахождения ранга матрицы. 10. Теорема об инвариантности ранга матрицы относительно элементарных преобразований. 11. Теорема о базисном миноре. 12. Определения: линейного, однородного и неоднородного уравнения, решения СЛУ, совместной и несовместной СЛУ, определённой и неопределённой СЛУ. 13. Теорема Кронекера-Капелли. 14. Критерий единственности решения СЛУ. 15. Эквивалентные СЛУ. Элементарные преобразования СЛУ. Метод Гаусса. 16. Определения невырожденной и обратной матрицы. 17. Свойства обратной матрицы. 18. Критерий существования обратной матрицы. 19. Матричный метод решения системы. 20. Метод Крамера. 21. Определения системы однородных уравнений, тривиального решения и нетривиального решения, фундаментальной системы решений. 22. Условие существования нетривиальных решений. 23. Свойства решений СЛОУ. 24. Теорема существования ФСР.

6.6. Шкалы и критерии оценивания по формам текущего контроля и промежуточной аттестации

Шкала и критерии оценивания

Оценка	Критерии оценивания для мероприятий контроля с применением 2-х балльной системы
«зачтено»	ПК-3, ПК-4
«не зачтено»	Результаты обучения не сформированы на пороговом уровне